Université Saint- Joseph
Faculté D'Ingénierie

Lundi 09 juillet 2012

Composition de Mathématiques I
Concours d'Entrée en Classe de Mathématiques Supérieures à l'ESIB et en Première Année- INCI

Durée:1H 30- Documents et calculatrices interdits -Enoncé: 2 pages

Le sujet est composé d'un exercice et d'un problème indépendants. Le candidat doit traiter toutes les questions. La qualité de rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront dans l'appréciation de la copie.

Exercice (Suites Réelles):
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n:

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4.$$

On pose pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 6$.

1. Pour tout entier naturel n, calculer v_{n+1} en fonction de v_n. Quelle est la nature de la suite (v_n)?
2. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$.
3. Etudier la convergence de la suite (u_n).

Problème:

Partie I(Limite de $\frac{e^x}{x}$ quand x tend vers l'infini) Dans cette partie e^x est l'exponentielle de x. On admet que:

1. $e^0 = 1$.
2. Pour tout nombre réel x strictement positif on a: $x < e^x$
3. a étant un nombre réel positif, soient f et g deux fonctions réelles définies sur $[a, +\infty[$. Si pour tout $x \in [a, +\infty[$ $f(x) > g(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2}$.

1. Justifier que f est une fonction continue et dérivable sur $[0, +\infty[$.
2. Calculer la dérivée de f en tout point x de $[0, +\infty[$.
3. Montrer que pour tout réel positif x, on a: $f(x) > 0$.
4. En déduire que $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$.

Partie II(Etude d'une fonction): Dans cette partie ln désigne la fonction logarithme népérien. Soit f la fonction réelle définie sur $[0, +\infty[$ par

$$f(x) = \ln(1 + xe^{-x})$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et f' la fonction dérivée de f sur $[0, +\infty[$.

A)
1. Justifier que $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$.
2. Justifier que pour tout réel positif x, le signe de $f'(x)$ est celui de $(1 - x)$.
3. Dresser le tableau de variation de f et tracer la courbe $\mathcal{C}$.

B) λ étant un réel strictement positif, on définit:

$$A(\lambda) = \int_0^\lambda f(x)dx.$$

On propose de majorer $A(\lambda)$ par deux méthodes différentes.

Méthode 1

1. Indiquer sur votre graphe la partie du plan dont l'aire, en unité d'aire, est égale à $A(\lambda)$.
2. Justifier que pour tout nombre réel strictement positif λ, on a: $A(\lambda) \leq \lambda f(1)$.

Méthode 2

1. A l'aide d'une intégration par parties calculer l'intégrale:

$$\int_0^\lambda xe^{-x}dx$$

   en fonction de λ.

2. On admet que pour tout réel positif u, $\ln(1 + u) \leq u$.
   Démontrer alors que pour tout réel strictement positif λ,

$$A(\lambda) \leq -\lambda e^{-\lambda} - e^{-\lambda} + 1.$$

Lundi 9 Juillet 2012

Concours d'entrée
en classe de Mathématiques Supérieures (ESIB)
et en première année Licence en Télécommunication (INCI)

Epreuve de Chimie
Durée 1h00 – Documents interdits.
Le candidat traitera l'exercice et le problème, ceux-ci étant indépendants l'un del'autre.
L'usage d'une calculatrice *non programmable* est autorisé.
Le sujet comprend 2 page.

Exercice :

1- Le corps de formule semi-développée :

$$\begin{array}{ccccccc} CH_3 - & C & - O - (CH_2)_2 - & CH & - CH_3 \\ & \| & & | & \\ & O & & CH_3 & \end{array}$$

est un ester.

a) Quel alcool et quel acide doit-on utiliser pour réaliser la synthèse de cet ester ?
b) Ecrire l'équation de la synthèse.

2- A un volume $v = 20\ cm^3$ d'alcool de masse volumique $\rho = 0{,}8\ Kg.dm^{-3}$, on ajoute la quantité d'acide nécessaire pour réaliser un mélange équimolaire. On obtient une masse de $14\ g$ d'ester. Quel est le pourcentage (%) de l'alcool estérifié ?
$M(H) = 1; M(C) = 12; M(O) = 16.$

Problème :

Lors de sa mise en oeuvre dans la préparation du béton, le ciment a la particularité de durcir en présence d'eau. L'hydratation lente des silicates de calcium produit de l'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2(s)$ qui confère au ciment des propriétés basiques intéressantes.

1- L'ordre de grandeur du pH d'un ciment hydraté est donné par le pH d'une solution aqueuse saturée en $Ca(OH)_2(s)$.
Calculer la solubilité de $Ca(OH)_2(s)$ et le pH de la solution saturée.
Donnée : $K_{s1} = 10^{-5,2}$; $K_e = 10^{-14}$.

2- Pour déterminer le pH du ciment hydraté, on réalise le dosage de la solution aqueuse en contact avec le ciment lors de son hydratation. Pour cela on filtre la solution pour éliminer le résidu solide, puis on prélève $20\ mL$ de la solution que l'on complète à $100\ mL$ avec de l'eau distillée.
On obtient ainsi une solution S que l'on dose par de l'acide chlorhydrique (acide fort) de concentration $0{,}01\ mol.L^{-1}$.
Le dosage est suivi en mesurant le pH de la solution en fonction du volume v d'acide chlorhydrique versé. L'équivalence du dosage est obtenue pour $v_e = 12\ mL$.

a) Ecrire l'équation de la réaction de dosage.
b) Calculer la concentration C de l'espèce dosée présente dans la solution en contact avec le ciment. Comparer avec la valeur du pH trouvée en 1-.

3-

a) $Ca(OH)_2(s)$ se dissout en milieu acide. Ecrire l'équation de la réaction. Calculer la constante de la réaction K.

b) On introduit 0,04 mol de $Ca(OH)_2(s)$ dans un litre d'eau puis on ajoute de l'acide chlorhydrique suffisamment concentré pour négliger la dilution. A quel pH observera-t-on la dissolution totale de $Ca(OH)_2(s)$?

<u>Fin de l'épreuve</u>

UNIVERSITE SAINT JOSEPH

Faculté d'Ingénierie

Lundi 9 juillet 2012

Concours d'entrée

En classe de mathématiques supérieures (ESIB)

Et en première année de licence en télécommunications (INCI)

Epreuve de Culture Générale

Durée 1H30 – Documents interdits
L'énoncé comporte trois pages de texte

L'avenir des villes est trop peu présent dans les débats politiques. Pourtant, c'est sans doute dans les villes que se jouera une partie du destin de l'humanité, car déjà plus de la moitié de la population de notre planète - près de trois milliards d'individus - est aujourd'hui composée de citadins. Dans trente ans, c'est-à-dire demain, ils seront cinq milliards vivant dans plus d'une trentaine de mégapoles et de nappes urbaines de plus de dix millions d'habitants.

Ce sont les villes qui poseront à l'avenir les problèmes les plus sérieux à l'humanité : utilisation des ressources en eau de plus en plus rares, lutte contre les gaz à effet de serre et contre la pollution atmosphérique, remise en question de certains modes de transport du fait de la raréfaction des carburants fossiles, prise en compte des changements climatiques et de leurs conséquences en terme d'inondations ou de climatisation des lieux de vie, problèmes posés par les fractures sociales, par les catastrophes industrielles et par l'insécurité, phénomènes de ghettoïsation, etc.

Les sociétés pourront-elles faire face à ces défis grâce à de nouvelles solidarités, à de nouveaux choix financiers, à l'action des puissances publiques au niveau des villes, des Etats et au plan mondial, grâce à l'innovation, à l'initiative économique, aux réseaux intelligents, aux progrès des moyens de déplacement, à de nouvelles formes de gouvernance et de citoyenneté adaptées à la maîtrise du phénomène urbain ? Quelle sera la vie des femmes et des hommes dans les villes du futur ? Les réseaux de villes sont-ils des alternatives crédibles au gigantisme urbain ? Quels scenarii prendre en compte pour agir dès maintenant sur les facteurs qui façonneront la ville de demain ?

Quelles réponses peut-on apporter à ces questions qui interpellent le monde politique ? C'est tout le sens des deux réflexions suivantes sur l'avenir des villes.

Pour l'amour des villes

Pour l'amour des villes : cette entrée en matière paraîtra doublement provocatrice, d'abord parce que l'amour ne se décrète pas et surtout parce qu'on a pris l'habitude d'imputer aux villes les malheurs de la société.

Lorsqu'un crime a lieu à la campagne, c'est la faute d'un criminel ; lorsqu'il a lieu dans une banlieue, c'est toute la banlieue qui est coupable car elle constitue un milieu criminogène.

La nature est pure. La ville est polluée.

Insécurité, ségrégation, violence, pollution, hyperdensité : la ville apparaît dans l'inconscient collectif comme le réceptacle de toutes les misères.

On a même, en France, créé un **ministère de la Ville** qui présente la singulière particularité de n'avoir dans ses prérogatives que la partie de la ville qui est censée présenter le plus de difficultés : la ville des quartiers périphériques, des barres et des tours.

On n'a pas eu l'idée que le ministère de la Ville pût avoir compétence sur toute la ville.

Il n'y a pas deux ministères de l'agriculture : un pour l'agriculture qui va bien, un autre pour l'agriculture qui va mal.

Mais pour la ville, c'est différent -comme s'il fallait absolument associer la ville au malaise des villes.

Les villes sont pourtant creusets d'échanges, d'histoire, de civilisations et d'humanité.

Marchés, lieux de rencontres, bourgs, bourgades, villes enfin, lieux du pouvoir, de l'économie, de la culture et de la science ; cités au sens plein du terme depuis si longtemps, berceaux de toutes les citoyennetés, et indissociablement, de toutes les architectures, de tous les arts et de cet art urbain par excellence qui les fit harmonieuses sans que le secours de nos modernes schémas fût pour autant nécessaire ; villes dotées d'une personnalité impalpable et pourtant si prégnante, partout présente comme l'âme des poètes. ***Les villes sont des êtres humains.*** On l'a encore vu récemment. De Tunis au Caire comme à Athènes ou à Madrid, c'est sur les *places* des villes que bat le cœur de l'histoire. Les révolutions sont filles des villes.

Jean-Pierre SUEUR, Sénateur

La ville, un enjeu explicite du développement

Le mouvement de concentration urbaine est inéluctable. Il ne peut pas être arrêté. Mais ce mouvement a aussi correspondu à une phase de progrès pour les hommes. Il n'est pas par nature négatif, même si on ressent plutôt la ville comme étant le lieu du mal et la nature le lieu du bien. Il est probable, à titre d'illustration, que les Chinois qui vont nécessairement être confrontés aux limites de leur modèle urbain, trouveront les solutions pour résoudre les problèmes d'environnement, de mobilité, d'occupation de l'espace.

C'est parce que le phénomène urbain est actuellement dans une phase de transition que la ville est surtout ressentie à travers ses nuisances : bruit, pollution, congestion etc. Mais cette situation n'est pas inéluctable. Elle est le résultat d'un développement qui, jusqu'à présent, a été surtout conçu par grands domaines sectorisés et par fragmentation des espaces. C'est ainsi que le territoire périurbain, loin d'être une annexe des villes, est un élément constitutif même du développement des villes.

Les villes ne vont pas non plus nécessairement disparaître du fait de l'apparition de « la ville virtuelle » engendrée par les révolutions technologiques de l'internet, des portables et du GPS. Plus ces outils développent des capacités de relations dématérialisées, plus les individus ressentent le besoin de rencontres avec les autres.

De même, contrairement à l'idée selon laquelle ce sont les emplois qui créent l'habitat, on constate désormais que les entreprises vont là où les gens se sentent bien et où ils veulent vivre, là où sont les talents, là où la ville est attractive. La ville devient ainsi un enjeu explicite de développement.

S'agissant de l'environnement, on a cru d'abord que la ville était le problème. Mais si elle est toujours le lieu des problèmes de pollution et de gestion des déchets, la ville est aussi lieu où seront inventées les solutions aux problèmes de l'environnement. La ville qui était jusqu'alors l'objet de développement peut désormais être le sujet du développement et des solutions à inventer.

Dans le contexte de la mondialisation et des invariants qu'on connaît, chaque ville a néanmoins son sens propre. Chaque ville est particulière malgré le mouvement global d'urbanisation dans le monde. Dès l'instant où on comprend le sens propre d'une ville, alors il devient possible de l'orienter dans une certaine direction. Mais on ne peut changer la ville qu'à partir du moment où on refuse les politiques sectorielles et où on pense global et transversal.

Ces villes qui ont trouvé leur sens sont des villes qui sont fières d'elle-même. C'est le cas à la ville de Lille avec l'ensemble tertiaire et commercial d'Euralille. C'est un pôle de rassemblement pour la population. Le traitement des friches industrielles est aussi une opportunité pour donner du sens aux villes. Mais face aux quartiers fragmentés, seule la politique peut apporter une réponse, avec des initiatives en matière de logement, de culture, etc.

L'attractivité d'une ville implique dans le domaine culturel à la fois une politique élitiste attirant des visiteurs lointains et une politique populaire pour tous les habitants. D'ailleurs le grand public est souvent plus accueillant à l'art contemporain que le public averti. Il trouve souvent plus de raisons de s'en amuser et d'y être distrait.

Pour réussir cette orientation, il faut apporter partout du mélange : une fonction dominante doit être mêlée à d'autres fonctions. C'est ce qui a constitué le succès de l'île de Nantes avec un mélange des fonctions urbaines et un habitat lui-même socialement mélangé. Le mélange est un élément de la qualité de la vie qui permet d'éviter ou de lutter contre l'entre-soi.

Néanmoins, la ville étant un lieu de liberté, on ne peut pas tout réguler dans une ville.

Contrairement au pessimisme ambiant sur les capacités des villes européennes à se mobiliser et à se renouveler, le potentiel des villes occidentales en particulier reste très important. Il n'y a pas de bons projets qui ne trouvent leurs financements.

En définitive, on doit savoir que, derrière les invariants urbains, il y a toujours des politiques possibles. Il y a toujours la possibilité de faire autre chose que le laisser-faire. Le rôle du politique reste essentiel pour faire fonctionner l'urbain généralisé.

LAURENT THERY

Grand prix de l'Urbanisme de l'année 2010

Question 1 :

Résumer l'article « ***La ville, un enjeu explicite du développement*** » de Laurent Théry en dix à quinze lignes.

Question 2 :

Dans son article, Jean Pierre Sueur écrit : « ***Les villes sont des êtres humains.*** On l'a encore vu récemment. De Tunis au Caire comme à Athènes ou à Madrid, c'est sur les *places* des villes que bat le cœur de l'histoire. Les révolutions sont filles des villes ». De quels évènements il parle ? Et que pensez-vous de cette phrase ? *(Environ 15 à 20 lignes)*

Question 3 :

Laurent Théry écrit : « **L'attractivité d'une ville implique dans le domaine culturel à la fois une politique élitiste attirant des visiteurs lointains et une politique populaire pour tous les habitants**. D'ailleurs le grand public est souvent plus accueillant à l'art contemporain que le public averti. Il trouve souvent plus de raisons de s'en amuser et d'y être distrait. » Expliquer cette phrase et donnez votre avis

(Environ 15 à 20 lignes)

UNIVERSITE SAINT-JOSEPH
FACULTE D'INGENIERIE – ESIB

Mardi10 juillet 2012

Concours d'entrée en
Mathématiques Supérieures - ESIB et première année de Licence -INCI
Epreuve de mathématiques- II

Durée1h30 – Documents et calculatrices interdits– Enoncé : 2 pages

INDICATIONS.

1-La composition contient cinq exercices numérotés de 1 à 5.
Dans chaque exercice, il y a 4 propositions A, B, C et D, chacune est vraie ou fausse.

2-Sur la feuille des questions, mettre un V (vraie) devant la proposition vraie, un F (fausse) devant la proposition fausse. Rendre la feuille des questions avec la feuille blanche de l'examen.

3-Justifier vos réponses, sur la feuille blanche de l'examen, par une démonstration ou par un contre-exemple. Une réponse non justifiée sera négligée.

4-Les réponses seront notées d'après le barème suivant :
(+1) par bonne réponse, (- 0,5) par mauvaise réponse. L'absence de réponse est notée (0).

Exercice I.

Soit l'équation (E), d'inconnue z définies par : $z^3 = \bar{z}$, z est un nombre complexe et $\bar{z}$ son conjugué.

A) Si α est solution de (E) alors $\bar{\alpha}$ est solution de (E)

B) Si α est solution non nulle de (E) alors $|\alpha| = 1$.

C) Si $|\alpha| = 1$ alors α est solution de (E).

D) Les solutions de (E) sont les nombres α tes que $\alpha = 0$ ou $\alpha^4 = 1$.

Exercice II.

Soit n un entier strictement positif, (E) l'équation d'inconnue z définie par $\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^n = 1$.

A) Si α est solution de (E) alors $|\alpha - 1| = |\alpha + 1|$.

B) Si α est solution de (E) alors α est réel.

C) Si α est solution de (E) alors il existe θ *de* $]0,2\pi[$ tel que $\alpha = \frac{1+e^{i\theta}}{1-e^{i\theta}}$.

D) Si α est solution de (E) alors il existe θ *de* $]0,2\pi[$ tel que $\alpha = i\tan\frac{\theta}{2}$.

Exercice III.

Pour tout couple (z, z') de complexes on a :

A) Si $|z+z'|=|z|+|z'|$ alors z et z' sont réels.

B) Si z et z' sont réels alors $|z+z'|=|z|+|z'|$.

C) $|z|^2=z^2 \Leftrightarrow z$ est réel.

D) Si z est imaginaire pur alors $|z|^2=-z^2$.

Exercice IV.

Dans l'espace, muni d'un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère le plan (P) d'équation cartésienne $x-y-2z+1=0$ et l'ensemble (E) des points $M(x,y,z)$ tels que $x=1+\lambda$, $y=-2-\lambda$, $z=4+3\lambda$ où λ est un réel.

A) (E) est une droite passant par $I(1,-1,3)$.

B) Le plan contenant (E) et perpendiculaire à (P) a pour équation x+y+ 1 = 0.

C) Le plan contenant (E) et parallèle à (P) a pour équation –x+y+2z-5 = 0.

D) Le plan d'équation 3x+2y+z-5 = 0 est perpendiculaire à (P).

Exercice V.

Une urne contient 8 boules (3 rouges et 5 noires) et 6 cubes (2 rouges et 4 noirs). On tire deux objets simultanément, en supposant les tirages équiprobables. Deux objets sont identiques s'ils ont même forme et même couleur.

A) La probabilité de tirer un cube et une boule de couleurs différentes est $\frac{22}{91}$.

B) La probabilité de tirer un cube et une boule de même couleur est $\frac{69}{91}$.

C) La probabilité de tirer deux objets identiques est $\frac{20}{91}$.

D) La probabilité de tirer au moins une boule noire est $\frac{45}{91}$.

Mardi 10 Juillet 2012

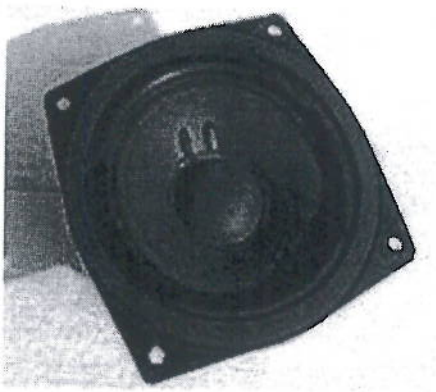
Concours d'entrée
Classe de Mathématiques Supérieures (ESIB)
Première Année de Licence en Télécommunication (INCI)

Épreuve de Physique
Durée 2h00 – Documents interdits

Le candidat traitera les deux problèmes, ceux-ci étant indépendants l'un de l'autre.
L'usage d'une calculatrice *non programmable* est autorisé.
Le sujet comprend 6 pages, numérotées de 1 à 6.

Problème I : Principe d'un haut parleur électrodynamique

Le haut-parleur de type électrodynamique transforme l'énergie électrique en énergie mécanique en se basant sur des principes électromagnétiques, décrits dès 1875 dans un brevet déposé par l'ingénieur Ernst Werner VON SIEMENS.



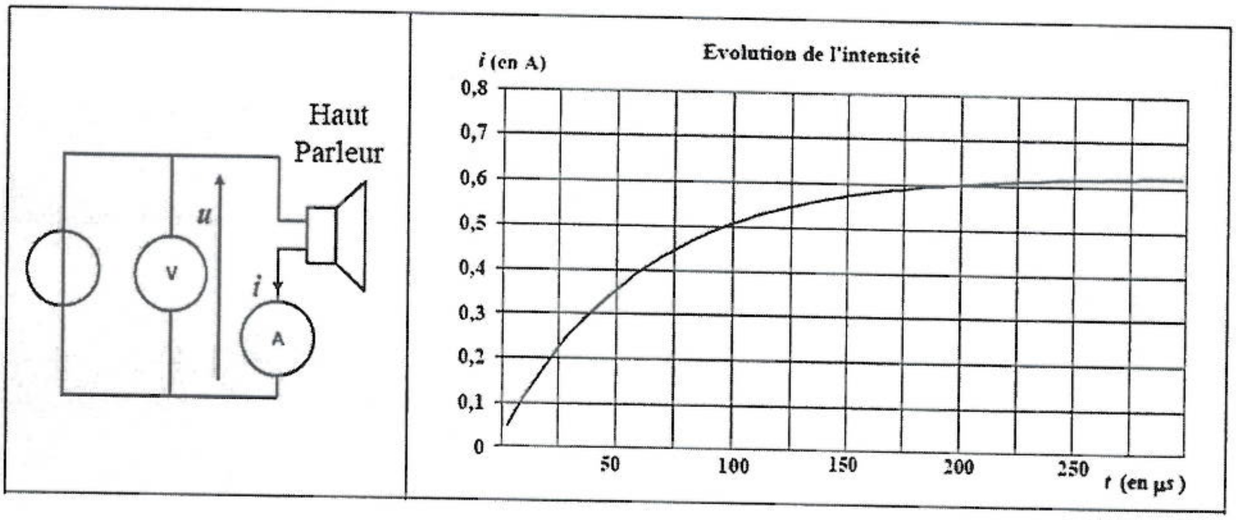
- ❖ **I-1-** Quelle était la nationalité d'Ernst Werner VON SIEMENS ?
- ❖ **I-2-** A son époque, Ernst Werner VON SIEMENS a joué un rôle très important dans le développement d'un moyen de communication. Lequel ?

Un haut-parleur de type électrodynamique est constitué d'une bobine mobile placée dans un champ magnétique créé par un aimant. Lorsque cette bobine est parcourue par un courant alternatif, elle entraîne la membrane du haut parleur.

On souhaite caractériser la bobine d'un haut parleur. Pour ce faire, on bloque son déplacement en immobilisant la membrane et on propose deux expériences.

<u>*1ère expérience*</u> :

Soit un modèle électrique simple constitué de la bobine d'inductance L montée en série avec une résistance R. A t = 0 s, on alimente la bobine sous une tension constante. On mesure la tension u, à l'aide d'un voltmètre et l'intensité i, à l'aide d'un système d'acquisition en intensité (cf. schéma ci-dessous). On enregistre l'évolution de i en fonction du temps.



Le système d'acquisition en courant possède une résistance interne $R_A = 2,0\ \Omega$. Le voltmètre possède une résistance interne $R_V = 1,0\ M\Omega$.
Indication du voltmètre $u = 5\ V$ constant pour t > 0.

<u>*Etude en régime permanent :*</u>

❖ **I-3-** Ecrire l'équation liant u à i en régime permanent. En déduire la valeur de R.

❖ **I-4-** Quel appareil de mesure aurait pu être utilisé pour mesurer directement R ?

<u>*Etude en régime transitoire :*</u>

❖ **I-5-** Ecrire l'équation différentielle de variable $i(t)$ pour t > 0.

❖ **I-6-** La solution de cette équation différentielle est de la forme $i(t) = \alpha + \beta e^{-\frac{t}{\gamma}}$;
Exprimer α, β et γ en fonction des données de l'énoncé.

❖ **I-7-** Quelles sont l'expression littérale d'une part et la valeur de i d'autre part pour $t = \gamma$?
En déduire la valeur de γ, puis la valeur de L .

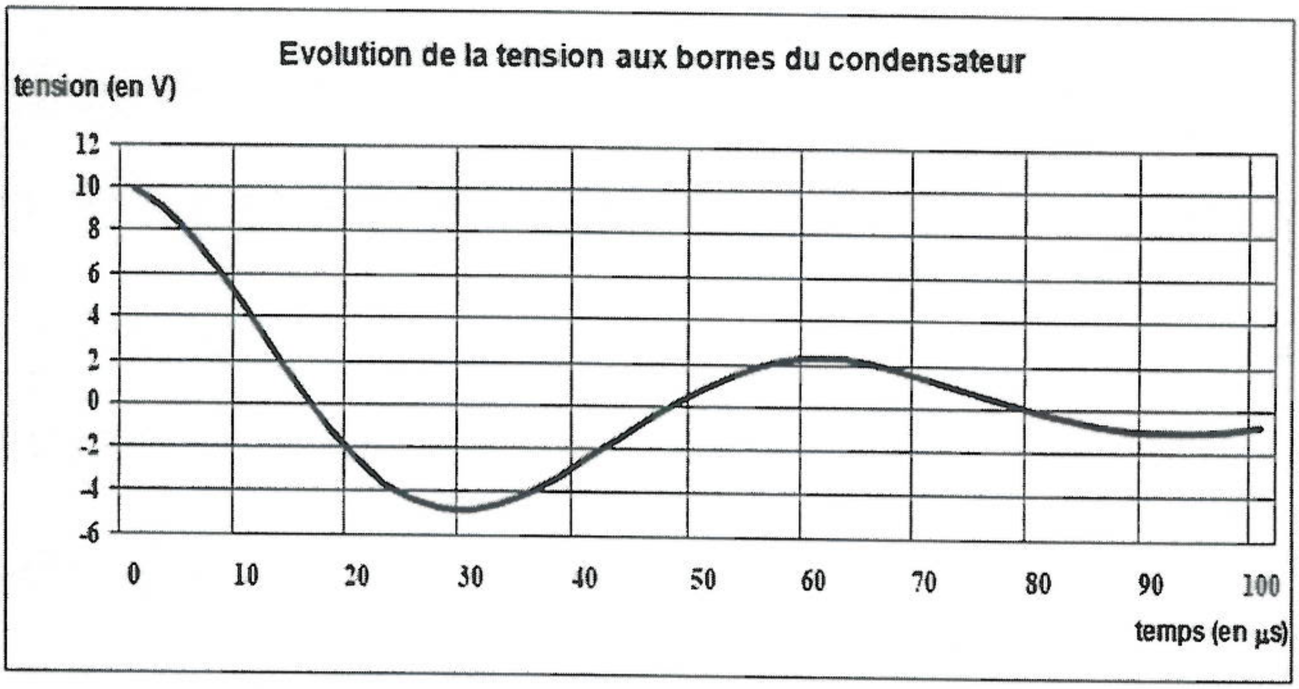
2ème expérience :

Pour obtenir une mesure d'inductance plus précise que la précédente, on réalise un circuit oscillant constitué de la bobine L placée en série avec un condensateur de capacité C, initialement chargé sous $10\ V$.

- **I-8-** Quelle condition vérifiée par C permet d'obtenir une réponse pseudo périodique, sachant que la résistance critique est donnée par $R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$?

On choisit $C = 0{,}2\ \mu F$; la pseudo-période de ce circuit est très proche de la période propre du circuit non amorti correspondant.

- **I-9-** En utilisant l'enregistrement ci-après, exprimer L en fonction de paramètres connus et calculer L.



Problème II : Mouvement d'un skieur de vitesse

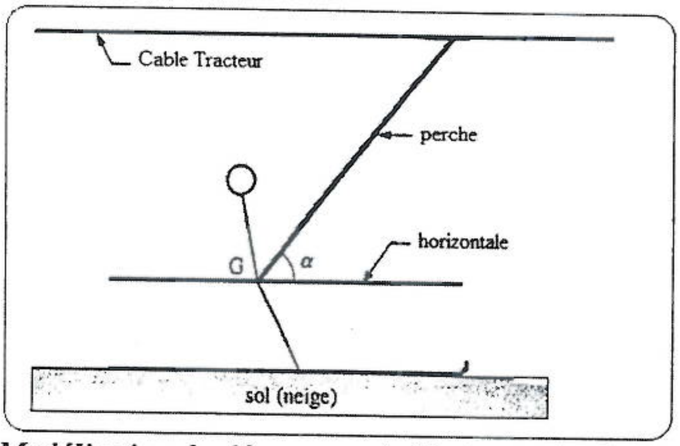
Comme chacun le sait, la « Section Concours » de l'Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Beyrouth forme l'élite des étudiants en Génie du pays. Partant du principe qu'un esprit sain se trouve toujours dans un corps sain, *Karim*, étudiant en Mathématiques Supérieures – « Section Concours » de l'ESIB, décide de participer à une compétition de ski de vitesse.

Le présent problème se propose d'étudier un modèle très simplifié du mouvement du centre d'inertie G de *Karim*, lors des quatre grandes phases de son parcours (à savoir démarrage, montée, arrivée en haut de la piste et enfin descente).

1ère phase (ou phase de démarrage)

Pour commencer, *Karim* décide de prendre un téléski, afin de se rendre au sommet de la piste d'où il s'élancera pour son épreuve de ski de vitesse. On supposera que l'aire de départ du téléski est parfaitement horizontale. Durant toute cette phase de démarrage, l'ensemble des forces de frottement seront assimilées à une force unique, opposée au mouvement de *Karim* et d'intensité constante $F = 50\ N$.
Quand vient son tour, *Karim* initialement immobile enfourche une perche. Cette perche fait un angle $\alpha = 45°$ avec l'horizontale (voir figure ci-dessous). Elle exerce sur *Karim* une force de traction constante $\vec{T}$ dirigée selon la perche. Lors du mouvement *Karim* reste constamment en contact avec le sol.

Karim



Modélisation du démarrage de Karim sur le téléski

Données : Masse de *Karim* et de son équipement : $m = 85\ kg; g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

- **II-1-** Faire l'inventaire de toutes les forces s'exerçant sur *Karim* pendant cette phase de démarrage. Les représenter sur un schéma.
- **II-2-** Appliquer la deuxième loi de Newton et en déduire que l'accélération de *Karim* pendant la phase de démarrage est constante.
- **II-3-** En utilisant les conditions initiales et le fait que la vitesse de *Karim* devient constante et égale à $v = 3{,}0\ m.s^{-1}$ après un parcours de longueur $l = 8\ m$, montrer que l'accélération de *Karim* pendant cette phase est de $0{,}56\ m.s^{-2}$.
- **II-4-** Déterminer l'expression littérale de la force $\vec{T}$ exercée par la perche sur *Karim* (on déterminera son intensité et sa direction).

2ème phase (ou phase de montée)

Karim, toujours tiré par la perche, monte désormais le long d'un plan incliné de $\beta' = 35°$ par rapport à l'horizontale, à une vitesse v constante, toujours égale à $3{,}0\ m.s^{-1}$.
Pour sa part, la perche forme un angle $\delta = 30°$ avec le plan incliné. Elle exerce maintenant sur le skieur une force de traction constante $\overrightarrow{T'}$ dirigée toujours selon sa propre direction.
L'ensemble des forces de frottement pendant cette phase de montée, sont toujours assimilées à une force unique, opposée au mouvement de *Karim* et d'intensité constante $F = 50\ N$.

<u>Remarque :</u> *Nous vous conseillons de choisir les axes de projection tels que l'axe des x est parallèle au plan incliné.*

- **II-5-** Représenter, sur un nouveau schéma, l'ensemble des forces s'exerçant sur *Karim* pendant la phase de montée.
- **II-6-** Déterminer l'expression littérale de la force $\overrightarrow{T'}$ exercée par la perche sur *Karim* (on déterminera son intensité et sa direction).

3ème phase (ou phase d'arrivée en haut de la piste)

Avec la vitesse précédente, *Karim* arrive au sommet de la piste, sur une aire d'arrivée supposée parfaitement horizontale, et lâche la perche. Les forces de frottement pendant cette phase d'arrivée, sont toujours assimilées à une force unique, opposée au mouvement de *Karim* et d'intensité constante $F = 50\ N$.

- **II-7-** Combien de temps mettra *Karim* pour s'arrêter sur l'aire d'arrivée ?
- **II-8-** Quelle distance aura-t-il alors parcouru sur cette aire d'arrivée ?

4ème phase (ou phase de descente)

Karim se rend dans le restaurant d'altitude, transformé exceptionnellement en vestiaire pour les compétiteurs, et revêt un matériel (combinaison et casque) spécifique au ski de vitesse. Puis il s'élance à partir de l'aire de repos avec une vitesse initiale nulle, sur une piste inclinée de $\beta' = 30°$ par rapport à l'horizontale.

Karim en combinaison et casque de course

- **II-9-** Pourquoi *Karim* a-t-il mis une combinaison et un casque spéciaux ?

- **II-10-** En admettant l'existence de forces de frottement, de même valeur que celles s'exerçant durant la montée soit $F = 50\ N$, quelle vitesse *Karim* atteindra-t-il après une descente de 300 mètres ?

- **II-11-** Il s'avère que la vitesse mesurée après 300 mètres, n'est que de $123{,}4\ km.h^{-1}$. En déduire l'intensité moyenne de la force de frottement, supposée constante, qui s'exerce en fait sur *Karim* durant la descente.

La valeur F de la force de frottement varie en réalité avec la vitesse du skieur, selon la loi $F = kv^2$. Le coefficient k dépend en particulier de l'aérodynamisme du skieur. On prendra $k = 0{,}213\ S.I.$

La coupe du monde de ski de vitesse, qui s'est déroulée à Vars (France, Hautes Alpes) du 16 au 18 Mars 2012, a été remportée par l'Autrichien Klaus Schrottshammer avec une vitesse maximale de $178{,}3\ km.h^{-1}$. *Signalons tout de même que les conditions de vent et de visibilité étaient très difficiles.*

- **II-12-** Quelle est la vitesse maximale que *Karim* pourra atteindre sur une piste suffisamment longue et inclinée de $\beta' = 30°$ par rapport à l'horizontale ?

  Peut-il espérer battre le record de Klaus Schrottshammer? Si oui, vous pouvez déjà féliciter *Karim*. Si non, passez à la question suivante.

- **II-13-** Déçu par sa performance, *Karim* décide d'améliorer sa vitesse en s'élançant d'une piste inclinée de $\beta' = 40°$ (piste dangereuse sauf pour un étudiant de la « Section Concours » qui ne s'avoue jamais vaincu). On prendra toujours $k = 0{,}213\ S.I.$
  Quelle est la nouvelle vitesse maximale que *Karim* pourra atteindre et peut-on cette fois le féliciter ?

<u>Fin de l'épreuve</u>